«پژوهشگر گرامی»

صفحاتی را که مشاهده می فرمائید، گزیده ای محدود از یک سند پژوهشی طولانی است که شامل :

- صفحه روی جلد
- چکیده فارسی و انگلیسی
- صفحه اول مقدمه
- منابع
- فهرست مطالب
- پیشنهادات

برای مشاهده فرمت دیجیتالی پایان نامه ها/ رساله ها می توانید به آدرس ذیل مراجعه کنید:

http://lib.uok.ac.ir:8080

در صورت به وجود آمدن هرگونه مشکل و پرسش در زمینه دسترسی، تهیه و استفاده از منابع الکترونیکی و دیجیتال به بخش پایان نامه ها و منابع دیجیتال کتابخانه مرکزی و مرکز اسناد مراجعه نموده و تماس بگیرید!

شماره تماس ۳۳۶۲۴۰۰۶-۰۸۷

دانشگاه کردستان
دانشکده علوم پایه
گروه ریاضی

پایان‌نامه کارشناسی ارشد رشته ریاضی کاربردی گرایش آنالیز عددی

عنوان:

تحلیل همگرایی روش‌های تفاضل فشرده برای معادله‌ی گرما با شرایط مرزی غیرموضعی(محلی)

پژوهشگر:
امید خسروی

استاد راهنما:
دکتر امجد علی‌پناه

استاد مشاور:
دکتر اقبال قادری

شهریور ۱۴۰۱

بسم الله الرحمن الرحیم

دانشگاه کردستان
دانشکده علوم پایه
گروه ریاضی

پایان‌نامه کارشناسی ارشد رشته ریاضی کاربردی گرایش آنالیز عددی

عنوان:

تحلیل همگرایی روش‌های تفاضل فشرده برای معادله‌ی گرما با شرایط مرزی غیرموضعی(محلی)

پژوهشگر:

امید خسروی

استاد راهنما:

دکتر امجد علی‌پناه

استاد مشاور:

دکتر اقبال قادری

شهریور ۱۴۰۱

دانشگاه کردستان
دانشکده علوم پایه
گروه ریاضی

پایان‌نامه کارشناسی ارشد رشته ریاضی کاربردی گرایش آنالیز عددی

عنوان:

تحلیل همگرایی روش‌های تفاضل فشرده برای معادله‌ی گرما با شرایط مرزی غیرموضعی(محلی)

پژوهشگر:

امید خسروی

در تاریخ ۱۴۰۱/۰۶/۳۱ توسط کمیته تخصصی و هیات داوران زیر مورد بررسی قرار گرفت و با درجه **بسیار خوب** به تصویب رسید.

هیات داوران	نام و نام‌خانوادگی	مرتبه علمی	امضاء
۱. استاد راهنما	دکتر امجد علی‌پناه	دانشیار	
۲. استاد مشاور	دکتر اقبال قادری	استادیار	
۳. استاد داور	دکتر مراد احمدنسب	استادیار	
۴. استاد داور	دکتر ارسلان رحمانی	استادیار	

مهر و امضاء مدیر گروه

دانشگاه کردستان
دانشکده علوم پایه
گروه ریاضی

معاون آموزشی و تحصیلات تکمیلی دانشکده

دانشگاه کردستان
دانشکده علوم پایه
معاونت آموزشی و تحصیلات تکمیلی

چکیده

در این پایان‌نامه، دو روش تفاضل متناهی اویلر پسرو فشرده و کرانک-نیکلسون فشرده برای تقریب معادله‌ی گرمای یک بعدی با شرط اولیه‌ی غیرمحلی ارائه می‌شود. به‌عنوان یک نتیجه، ویژگی‌های پایداری روش‌های عددی معرفی شده را مورد بررسی قرار می‌دهیم. چند مثال که نتایج حاصل از شرایط پایداری عددی در آن‌ها مورد بررسی قرار گرفته، آورده می‌شود.

واژه‌های کلیدی: پایداری عددی، روش‌های فشرده تفاضل متناهی، شرط اولیه‌ی غیرمحلی، شرط مرزی، معادله‌ی گرما، همگرایی.

فهرست مطالب

فهرست جداول

فهرست تصاویر

مقدمه

معادلات دیفرانسیل با مشتق‌های جزئی[1] *(PDE)* به عنوان ابزار مهمی در مدل‌سازی بسیاری از مسائل مهندسی و فیزیکی مانند پیش‌بینی وضعیت آب و هوا، اکتشافات زمین‌شناسی، کاربردهای زیستی و ... استفاده می‌شوند. اغلب این معادلات دیفرانسیل غیرخطی می‌باشند، لذا پیدا کردن جواب تحلیلی برای آن‌ها به سادگی امکان‌پذیر نیست و در اغلب موارد تنها برای حالت‌های خاصی از شرایط مرزی و اولیه می‌توان جواب تحلیلی برای این معادلات ارائه کرد.

روش‌های تفاضل متناهی[2] *(FDM)* به عنوان اولین خانواده و یکی از متداول‌ترین روش‌های عددی برای حل معادلات دیفرانسیل با مشتق‌های جزئی مطرح می‌باشد. این روش‌ها جواب معادله دیفرانسیل را روی نقاط واقع بر روی یک شبکه‌بندی تقریب می‌زنند. برای بالا بردن دقت و کارآیی روش‌های تفاضل متناهی اخیراً روش‌های تفاضل متناهی فشرده[3] *(CFDM)* پیشنهاد گردیده است[۱۶].

روش‌های تفاضل متناهی فشرده دارای طرحی مشابه به روش‌های تفاضل متناهی کلاسیک هستند با این تفاوت که مرتبه‌ی دقت بالاتری را با استفاده از نقاط کمتر به‌دست می‌دهند.

به‌طور کلی مزیت‌های اصلی روش‌های تفاضل متناهی فشرده نسبت به روش‌های تفاضل متناهی

---

1. Partial Differential Equations
2. Finite Difference Methods
3. Compact Finite Difference Methods

کلاسیک عبارتند از:

- روش‌های تفاضل متناهی فشرده، دقت بسیار بالا با هزینه محاسباتی پایین‌تر نسبت به روش‌های تفاضل متناهی کلاسیک دارند.
- روش‌های تفاضل متناهی فشرده برای تقریب مشتق‌های جزئی به شبکه محاسباتی محدودتری نیاز دارند.
- روش‌های تفاضل متناهی فشرده به عملیات ریاضی کمتری نیاز دارند.
- در روش‌های تفاضل متناهی فشرده شرایط مرزی را می‌توان به آسانی و بدون نیاز به نقاط اضافی اعمال نمود.

به علت کارآیی، دقت بسیار بالا، فشردگی و همچنین مزیت‌های فوق در سال‌های اخیر استفاده از روش‌های تفاضل متناهی فشرده در انواع گوناگونی از مسائل مهندسی از جمله دینامیک سیالات، صوت شناسی، الکترومغناطیس و ... افزایش یافته است [۱۸].

همچنین توجه زیادی به روش‌های فشرده‌ی مرتبه بالا برای حل دستگاه معادلات دیفرانسیل جزئی شده است. ایده‌ی اصلی روش‌های فشرده ابتدا توسط کریس [۲۲] در سال ۱۹۷۴ معرفی شد، توسط هیرش [۱۰] تکمیل و پیاده‌سازی شده و توسط لِل [۱۳] معروف شد. همچنین هیرش با آزمایشات عددی، نوعی از طرح‌های فشرده مرتبه بالاتر را که در آن‌ها مشتق‌های اول و دوم نامشخص می‌باشند را بررسی کرد [۱۰].

دهقان و محبی [۷] یک روش تفاضل متناهی فشرده مرتبه چهار مکانی و یک روش مقدار مرزی از مرتبه چهار زمانی را برای حل معادله دو بعدی انتشار-پخش به‌کار بردند.

در این پایان‌نامه، معادله‌ی سهموی یا اصطلاحاً معادله‌ی گرمای یک بعدی را به همراه شرایط

اولیه‌ی غیرمحلی به صورت زیر در نظر می‌گیریم.

$$\frac{\partial u}{\partial t} - \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = f(x,t), \qquad 0 < x < 1, \quad 0 < t \leq T. \tag{1}$$

با شرایط مرزی و شرط اولیه‌ی غیرمحلی زیر

$$u(x,0) = U_0(x), \qquad 0 \leq x \leq 1, \tag{2}$$

$$\begin{aligned} u(0,t) &= \int_0^1 \alpha(x) U(x,t)\, dx + \varphi(t), \\ u(1,t) &= \int_0^1 \beta(x) U(x,t) dx + \psi(x), \quad 0 < t \leq T. \end{aligned} \tag{3}$$

در این پایان‌نامه، روش‌های تفاضل متناهی فشرده اویلر و کرانک-نیکلسون برای معادله‌ی (۱) با شرایط داده شده (۳)-(۲)، مورد بررسی قرار می گیرند. همچنین پایداری و همگرایی روش‌های ارائه شده بررسی می‌شوند. سرانجام با بکارگیری این روش‌ها بر روی چند مثال، پایداری و مرتبه‌ی دقت را نیز از نظر عددی بررسی خواهیم کرد.

مسائل سهموی وابسته به زمان دارای شرایط غیرموضعی (غیرمحلی) در مرجع [۹] مورد مطالعه قرار گرفته‌اند، به‌علاوه این مسائل در مراجع [۲۳, ۱۷, ۸, ۶] نیز مورد بررسی قرار گرفته‌اند. قابل حل بودن انواع مسائل دیفرانسیلی با شرایط غیرموضعی در مراجع [۷, ۱] مورد بررسی و مطالعه قرار گرفته‌اند.

در دهه‌های اخیر، روش‌های عددی متعددی برای حل PDEهای با شرایط مرزی غیرمحلی، مورد استفاده و مطالعه قرار گرفته‌اند. با این وجود تنها مطالعات اندکی در رابطه با حل عددی

PDEهای با شرایط اولیه‌ی غیرمحلی، انجام شده است. برای مثال، تخمین خطا را برای تقریب با روش المان‌های محدود نیمه‌گسسته برای حل معادله‌ی سهموی خطی در مرجع [۱۱] به دست آورده‌اند. تقریب روش المان محدود تکراری، برای جواب‌های مسائل سهموی با شرایط اولیه‌ی غیر محلی در مرجع [۱۲] مورد مطالعه قرار گرفته است. برای حل عددی معادله‌ی سهموی غیرخطی با شرط اولیه‌ی غیرمحلی، روش‌های تفاضل متناهی تکراری در مراجع [۱۴, ۱۹] مورد استفاده و تجزیه و تحلیل قرار گرفته‌اند. همچنین در مراجع [۱۸, ۲۲] روش‌های تفاضل متناهی برای معادله‌ی گرمای یک بعدی با شرایط اولیه‌ی گسسته‌ی غیرمحلی، به‌کار رفته است. برای حل این مساله، روش هم‌مکانی، بر اساس چندجمله‌ای‌ها در مرجع [۲] پیشنهاد داده شده است. در مرجع [۱۴]، پایداری و همگرایی انواع روش‌های تفاضل متناهی، بررسی شده است.

در این پایان‌نامه ابتدا در فصل اول تعاریف اولیه و پیش نیازها آورده شده است. سپس در فصل دوم روش‌های تفاضل متناهی معرفی شده و همگرایی ود پایداری آنها مورد بررسی قرار گرفته است. در فصل سوم دو روش تفاضلی اویلر پسرو فشرده و کرانک-نیکلسون فشرده آورده شده است و در فصل چهارم با بکارگیری این دو روش بروی دو مثال، پایداری و مرتبه دقت آنها نیز از نظر عددی بررسی شده است.

منابع

[1] Avalishvili, G. Avalishvili, M. Miara, B. Nonclassical problems with nonlocal initial conditions for second-order evolution equations, Asymptot, Anal., 76 (2012), 171-192.

[2] Dehghan, M. Implicit collocation technique for heat equation with non-classic initial condition, Int. J. Nonlinear Sci. Numer. Simul., 7 (2006), 461-466.

[3] Dehghan, M. Mohebbi, A. High order implicit collection method for the sdution of two-dimensional linear hyperbolic, equation Numerical Methods for partial-Differetial, Equations sci comput. 25(1) (2009) 232-243.

[4] Dehghan, M. Numerical schemes for one-dimensional parabolic equations with nonstandard initial condition, Appl. Math. Comput., 147 (2004), 321-331.

[5] Dehghan, M. Three-level techniques for one-dimensional parabolic equation with nonlinear initial condition, Appl. Math. Comput., 151 (2004), 267-579.

[6] Ewing, R.E. Lazarov, R.D. Lin, Y. Finite volume element approximations of nonlocal in time one-dimensional flows in porous media. Comput 64 (2000), 157-182.

[7] Gordeziani, D.G. Avalishvili, G.A. Time-nonlocal problems for Schrodinger type equations: I. Problems in abstract spaces, Differ. Eq., 41 (2005), 703-711.

[8] Gordeziani, D.G. On solution of in time nonlocal problems for some equations of mathematical physics, in: Proceedings of the, Abstracts, Short Communications, ICM-94, 1994 240.

[9] Gordeziani, D.G. On some initial conditions for parabolic equations, Rep. Extended Sess, Semin. I. Vekua Inst. Appl. Math., 4 (1989), 57-60.

[10] Hirsh, R.s. Higher order accurate difference solutions of fluid mechanics problems by a compact differecing technique, Jour. comput. phycs. 19(1) (1975) 90-109.

[11] Jackson, D. Error estimates for the semidiscrete finite element approximation of linear nonlocal parabolic equations, J, Appl. Math. Stoch. Anal., 5 (1992), 19-27.

[12] Jackson, D. Iterative finite elemant element approximations of solutions to parabolic equations with nonlocal conditions, Nonlinear Anal., 25 (1994), 1577-1594.

[13] Lele, S.K. Compact finite difference schemes with spectral-like resolution, Jour. Comput. physc. 103 (1992), 16-42.

[14] Lin, Y. Analytical and numerical solutions for a class of nonlocal nonlinear parabolic differential equations, SIAM J.Math. Anal., 25 (1994), 1577-1594.

[15] Lin, Y. Finite difference solutions for parabolic equations with the time weighting initial conditions, Appl. Math. Comput., 65 (1994), 49-61.

[16] Liu, Y. Numerical solution of the heat equation with nonlocal boundary conditions, J. Comput. Appl. Math. 110 (1999) 115–127.

[17] Mesloub, S. Messaoudi, S.A. A nonlocal mixed semilinear problem for second-order hyperbolic equations, Electron. J. Differ. Eq., 30 (2003), 1-17.

[18] Millei, K. Miehel, N. Ordinary Differential Equations, Academic, press, 1982.

[19] Morton, K.W. Mayars. D.F, Numerical Solution of Partial Difference Equation, Cambridge University Press, 1994.

[20] Pao, C.V. Numerical solutions of reaction-diffusion equations with nonlocal boundary conditions, J. Comput. Appl. Math. 136 (2001) 227–243.

[21] Richard, L. Burden & J. Douglas Faires, Numerical Analysis Youngstown State University 2005.

[22] Scherer, G. Kreiss, H.O. Finite element and finite difference methods for hyperbolic partial differential equations Methematical Aspects of finite elements in partial differential equation, Math publ.university center Res, Wisconsin. 33 (1974) 195-212.

[23] Shelukhim, V.V. A non-local (in time) model for radionuclides propagation in a Stokea fluid, Dinamika Sploshn, Sredy 107 (1993), 180-193.

[24] Smith, G.D. Numerical Solution of Partial Differential Equations: Finite Difference Methods, Oxford University Press, 1985.

[25] Stoer, J. and Bulirsch, R. Introduction to numerical analysis, Second Edition, Springer-Verlag, New York, 1980.

[26] Zhang, Y. Ding, H. Luo, J. Fourth-order compact Difference schemes for the Riemann-Liouville and Riesz Derivatives. Journal of Hindawi 2014(3-4).

Abstract

In this thesis, two methods of Compact Backword Euler Difference Scheme and Crank-Nicolson are presented for approximating the one-dimensional heat equation with non-local initial condition.

As on result, we examine the stability characteristics of the introduced numerical methods. Same examples where the results of the numerical stability conditions are examined are given.

Keywords: *Boundary condition, Compact difference schemes, Convergence, Heat equation, Non-local Initial condition, Numerical stability.*

University of Kurdistan
Faculty of Sciences
Department of Mathematics

A Thesis Submitted to the Postgraduate Studies Office in Partial Fulfillment of the Requirements for the Degree of M.Sc. in Applied Mathematics

Title:

Convergence Analysis of Compact Difference Schemes for Diffusion with Nonlocal Boundary Conditions

By:

Omid Khosravi

The above thesis was evaluated and approved by the following members of the thesis committee **very good** quality on September, 2022.

Position	Name and Title	Signature
1. Supervisor:	Dr. Amjad Alipanah	
2. Advisor:	Dr. Eghbal Ghaderi	
3. Internal Examiner:	Dr. Morad Ahmadnasab	
4. Internal Examiner:	Dr. Arsalan Rahmani	

Head of Department:

دانشگاه کردستان
دانشکده علوم پایه
گروه ریاضی

Faculty Graduate Coordinator:

دانشگاه کردستان
دانشکده علوم پایه
معاونت آموزشی و تحصیلات تکمیلی

University of Kurdistan
Faculty of Sciences
Department of Mathematics

A Thesis

Submitted in Partial Fulfillment of the Requirements for the Degree of

M.Sc. in Applied Mathematics

Title:

Convergence analysis of compact difference schemes for diffusion with nonlocal boundary conditions

By:

Omid Khosravi

Supervisor:

Dr. Amjad Alipanah

Advisor:

Dr. Eghbal Ghaderi

September, 2022

University of Kurdistan
Faculty of Sciences
Department of Mathematics

A Thesis

Submitted in Partial Fulfillment of the Requirements for the Degree of

M.Sc. in Applied Mathematics

Title:

Convergence analysis of compact difference schemes for diffusion with nonlocal boundary conditions

By:

Omid Khosravi

Supervisor:

Dr. Amjad Alipanah

Advisor:

Dr. Eghbal Ghaderi

September, 2022